

考試科目	統計學	系別	統計學系	考試時間	7月8日(五)第二節
------	-----	----	------	------	------------

(注意:相關機率分配值列於試卷末。)

一、(40%) 某研究人員希望估計台北市擁有電腦設備的家戶比例 p ，隨機抽查部分 n 個台北市家戶。

1. (5%) 若該研究人員抽取 $n=500$ 個家戶，請問在 95% 信心水準下，抽樣誤差為何？
2. (5%) 令 X 為抽查結果中擁有電腦設備的總戶數，請問 X 的分配為何？
3. (10%) 假設 500 個家戶中有 420 戶擁有電腦設備，請提出 p 的點估計以及該點估計的標準誤。請解釋該標準誤的意義。
4. (10%) 承上題，請提出 p 的 95% 信心水準的信賴區間，並解釋信心水準為 95% 的意義。
5. (10%) 請問此研究中的母體為何？樣本為何？參數為何？統計量為何？

二、(30%) Kasper (2013) 在期刊上曾發表一研究，調查【洗手】行為對人類心理的影響。此研究人員進行下列實驗：將 30 位受試者隨機均分為兩組各 15 人。第一組稱為受挫未洗手組，第二組稱為受挫洗手組。首先施予受試者高難度的拼字測驗，給予受試者高度挫折感。之後以衛生原因安排第二組人員洗手。此時研究人員調查這兩組人員對後續測驗的信心程度。最後安排所有受試者再接受第二次拼字測驗。

1. (10%) 請就以下第一組人員的信心程度分數資料提供敘述統計量，其中至少包括圖形、表格、集中趨勢值及離散程度值各一。各部分需提供說明才給分。(2.5*4)
-2, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2
2. (10%) 請就以下第一組人員第二次拼字測驗成績提供敘述統計量，其中至少包括圖形、表格、集中趨勢值及離散程度值各一。各部分需提供說明才給分。(2.5*4)
6, 6, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 10, 10, 11, 12, 13, 14, 15
3. (10%) 若已知第二組人員第二次拼字測驗成績的統計結果：樣本平均數為 8.5，樣本標準差為 2.6。假設兩組人員的測驗成績服從常態分配，且母體變異數相等。請在顯著水準 5% 下，檢定是否洗手有助於提高測驗成績？請寫出假設、檢定統計量與臨界值。

三、(10%) 某民調中心於近日針對【廢死】議題做民意調查，以下為 698 位受訪者支持或不支持【廢死】與其年齡之交叉次數表。請在顯著水準 5% 下，檢定民眾對廢死支持度與其年齡是否相關。請寫出假設、檢定統計量與臨界值。

年齡(歲)	支持	不支持	總數
20-39	144	136	280
40-59	85	211	296
60歲以上	56	66	122
總數	285	413	698

考試科目	統計學	系別	統計學系	考試時間	7月8日(五)第二節
------	-----	----	------	------	------------

四、(20%)假設某網路銷售公司的行銷經理欲研究每筆訂單的運費成本(Cost)。已知相關的因子包括：訂單準備時間(Prep)，運送距離(Distance)，跟訂購貨品種類(Type)。其中貨品種類分兩種：一種不需低溫運送(Type=0)，另一種則須低溫運送(Type=1)。由近半年的銷售資料中隨機抽取50筆訂單來進行迴歸分析，以下列出部分 EXCEL 統計報表。

- (10%) 請寫出最後的預測模型，包括各迴歸係數的意義。
- (10%) 你/妳覺得此模型的解釋能力如何？可以如何改善？

迴歸統計					
R 的倍數	0.980				
R 平方	0.960				
調整的 R 平方	0.958				
標準誤	0.740				
觀察值個數	50				
ANOVA					
	自由度	SS	MS	F	顯著值
迴歸	3	606.87	202.29	369.59	3.45E-32
殘差	46	25.18	0.55		
總和	49	632.05			
	係數	標準誤	t 統計	P-值	
截距	13.52	0.45	30.18	0.000	
Distance	0.87	0.03	29.05	0.000	
Type	0.48	0.24	2.06	0.045	
Prep	-0.02	0.04	-0.58	0.563	

附錄：

- $z_{0.025} = 1.96, z_{0.05} = 1.645$
- $t_{(28,0.025)} = 2.05, t_{(28,0.05)} = 1.7$
- $\chi^2_{2,0.05} = 5.991, \chi^2_{3,0.05} = 7.815, \chi^2_{4,0.05} = 9.488, \chi^2_{5,0.05} = 11.07$

備

註

- 一、作答於試題上者，不予計分。
- 二、試題請隨卷繳交。

考試科目	微積分	所別	商學院共同科 (統計系、企管系、資管系)	考試時間	7月8日(五)第4節
------	-----	----	-------------------------	------	------------

1. (20pts). For each of the following statements, determine whether it is true or false. Explanation is not required.

- (a) Let f be a function defined on $\mathcal{R}$ and a is a real number. If both the left-hand limit at a , $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$, and the right-hand limit at a , $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, exist, then f is continuous at a .
- (b) Let $f : \mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R}$ be a continuous function and $(x_0, y_0) \in \mathcal{R}^2$. If the partial derivatives of f at (x_0, y_0) , $f_x(x_0, y_0)$ and $f_y(x_0, y_0)$, both exist, then the directional derivative of f at (x_0, y_0) in the direction of a unit vector $u = (u_1, u_2)$ exists as well and $D_u f(x_0, y_0) = u_1 f_x(x_0, y_0) + u_2 f_y(x_0, y_0)$.
- (c) If function f is monotonic on $[a, b]$ for $a \leq b \in \mathcal{R}$, then f is integrable on $[a, b]$; that is the Riemann integral $\int_a^b f(x) dx$ exists.
- (d) If f and g are both integrable on $[a, b]$, then so is fg and $\int_a^b f(x)g(x)dx = (\int_a^b f(x)dx)(\int_a^b g(x)dx)$.
- (e) The improper integral $\int_0^\infty x^{\frac{2}{5}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ is convergent.

2. (20pts) At what numbers is the following function f differentiable?

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}(\frac{1}{x} + 1) & \text{if } x < -1 \\ \cos \frac{\pi}{2}x & \text{if } -1 \leq x \leq 1 \\ \ln \frac{1}{x} & \text{if } 1 < x \end{cases}$$

Please also give a formula for f' . Show your work.

備

註

- 一、作答於試題上者，不予計分。
二、試題請隨卷繳交。

考試科目	微積分	所別	商學院共同科 (統計系、企管系、資管系)	考試時間	7月8日(五)第4節
------	-----	----	-------------------------	------	------------

3. Suppose the series $\sum_{n=1}^{\infty} a_n 3^n$ is convergent.

(a) (10pts). Is the series $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (-3)^n$ convergent? Justify your answer.

(b) (10pts). Is the series $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (2)^n$ convergent? Justify your answer.

4. (20pts). Let $A(t)$ be the area under the curve $f(x) = \sqrt{x}e^{-\frac{x^2}{2}}$ from 0 to $t > 0$ and $B(t)$ be the area of the triangle with vertices $(0, 0)$, $(t, 0)$, and $(t, f(t))$. Please find $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{A(t)}{B(t)}$. Show your work.

5. (20pts). A lamina occupies the part of the disk $x^2 + y^2 \leq 1$ in the first quadrant with density $p(x, y) = x\sqrt{x^2 + y^2}$. Please find the mass of the lamina. Show your work.

備

註

一、作答於試題上者，不予計分。
二、試題請隨卷繳交。